

■ Fig. 5 Se, a temperatura fissa, aumentiamo la pressione esercitata su un gas, il volume diminuisce in modo da mantenere costante il prodotto di  $P$  e  $V$ .

Possiamo dunque enunciare la **legge di Boyle** nel seguente modo:

In una **trasformazione isoterma** la pressione e il volume di un gas perfetto sono inversamente proporzionali.

La riassumiamo con la seguente formula:

$$PV = \text{costante}$$

### Segui l'esempio

- Un gas perfetto ha una pressione iniziale  $P_0 = 1 \text{ atm}$  e un volume iniziale  $V_0 = 4 \text{ L}$ . Il gas esegue una trasformazione isoterma raggiungendo una pressione finale  $P = 5 \text{ atm}$ . Calcoliamo il volume finale  $V$  del gas.
- Poiché pressione e volume, in una trasformazione isoterma, sono inversamente proporzionali, il loro prodotto si mantiene costante:

$$PV = P_0 V_0 \quad \text{da cui si ricava: } V = \frac{P_0 V_0}{P}$$

– Sostituendo i valori noti, otteniamo:

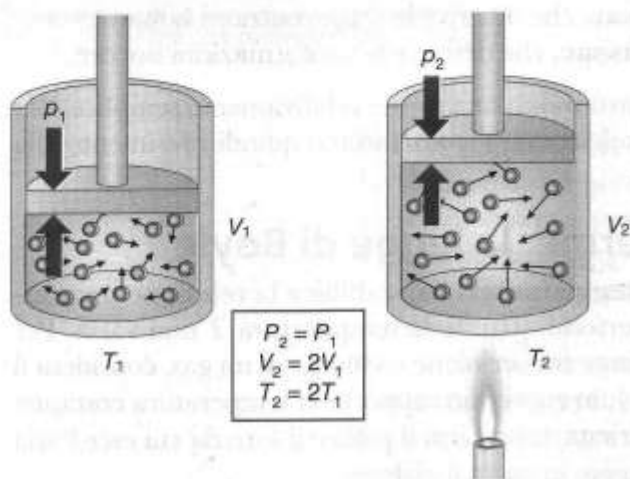
$$V = \frac{1 \text{ atm} \cdot 4 \text{ L}}{5 \text{ atm}} = \frac{4}{5} \text{ L} = 0,8 \text{ L}$$

### Adesso prova tu

Un gas perfetto ha una pressione iniziale  $P_0 = 1 \text{ atm}$  e un volume iniziale  $V_0 = 4 \text{ L}$ . Il gas esegue una trasformazione isoterma raggiungendo un volume finale  $V = 1,5 \text{ L}$ . Calcola la pressione finale  $P$  del gas.

## Trasformazioni isobare: la prima legge di Gay-Lussac

■ Fig. 6 Se, a pressione fissa, aumentiamo la temperatura di un gas, il volume aumenta in maniera proporzionale.



La prima legge di Gay-Lussac, detta anche **legge isobara**, stabilisce la relazione tra temperatura  $T$  e volume  $V$  di un gas perfetto quando, la pressione  $P$  non varia.

Con un dispositivo opportuno, è possibile rilevare i valori della temperatura e del corrispondente volume durante una trasformazione isobara. Si arriva così a stabilire che le due variabili di stato volume e temperatura sono direttamente proporzionali (Fig. 6).

Possiamo dunque enunciare la **prima legge di Gay-Lussac** nel seguente modo:

In una **trasformazione isobara** il volume e la temperatura di un gas perfetto sono direttamente proporzionali.

La riassumiamo con la seguente formula:

$$V = \text{costante} \cdot T \quad \text{ovvero} \quad \frac{V}{T} = \text{costante}$$

## Trasformazioni isocore: la seconda legge di Gay-Lussac

La seconda legge di Gay-Lussac, detta anche **legge isocora**, stabilisce la relazione tra temperatura  $T$  e pressione  $P$  di un gas perfetto quando il volume  $V$  non varia. Con il metodo di studio adottato per le precedenti trasformazioni, e con un dispositivo opportuno, è possibile rilevare i valori della temperatura e della corrispondente pressione durante una trasformazione isobara. Si arriva così a stabilire che le due variabili di stato pressione e temperatura sono direttamente proporzionali (Fig. 7).

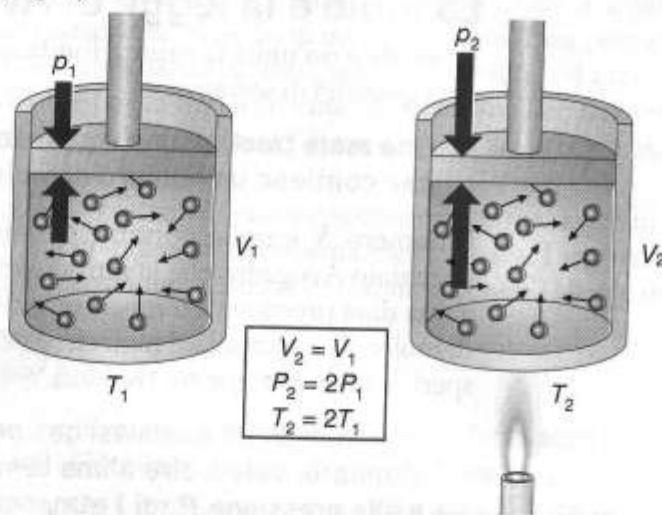


Fig. 7 Se, a volume fisso, aumentiamo la temperatura di un gas, la pressione aumenta in maniera proporzionale.

Possiamo dunque enunciare la **seconda legge di Gay-Lussac** nel seguente modo:

In una **trasformazione isocora** la pressione e la temperatura di un gas perfetto sono direttamente proporzionali.

La riassumiamo con la seguente formula:

$$P = \text{costante} \cdot T \quad \text{ovvero} \quad \frac{P}{T} = \text{costante}$$

### Prima di continuare

Completa inserendo le parole mancanti.

- In una trasformazione isobara di un gas perfetto il ..... del gas è ..... proporzionale alla sua .....
- In una trasformazione isocora di un gas perfetto la ..... del gas è ..... proporzionale alla sua .....
- In una trasformazione isoterma di un gas perfetto, il ..... del gas è ..... proporzionale alla sua .....

Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F).

- Una trasformazione in cui la pressione di un gas si mantiene costante viene detta isocora. **V F**

- Al crescere della pressione di un gas a volume costante aumenta anche la sua temperatura. **V F**
- Raddoppiando il volume di un gas a temperatura costante la sua pressione si dimezza. **V F**
- A temperatura costante il volume e la pressione di un gas sono inversamente proporzionali. **V F**

Risolvi i seguenti quesiti.

- Un gas perfetto esegue una trasformazione isoterma, passando da uno stato in cui la pressione è  $P_0 = 4 \text{ atm}$  e il volume è  $V_0 = 4 \text{ L}$ , a uno stato in cui il gas occupa un volume  $V = 8 \text{ L}$ . Ricava il valore della pressione finale.
- Un gas perfetto occupa un volume di  $2 \text{ dm}^3$  alla temperatura  $T_0 = 273 \text{ K}$  e viene riscaldato di  $50 \text{ K}$  a pressione costante. Qual è la variazione di volume del gas?

## 4 L'equazione di stato dei gas perfetti

### obiettivo

Conoscere e saper applicare a semplici casi l'equazione di stato dei gas perfetti

Il legame che intercorre tra le variabili di stato  $P$ ,  $V$ ,  $T$  di un gas perfetto, espresso dall'insieme delle tre leggi dei gas appena presentate, può essere riassunto in un'unica relazione matematica chiamata **equazione di stato dei gas perfetti**. Per comprendere il significato di tale equazione è necessario introdurre in modo preliminare alcuni importati concetti.

### La mole e la legge di Avogadro

La **mole** è un'unità di misura fondamentale nel SI e viene utilizzata per esprimere la quantità di sostanza.

**Una mole (mol)** di una sostanza è pari a una quantità di sostanza che contiene un numero di molecole  $N_a = 6,022 \cdot 10^{23}$ .

Il numero  $N_a$  è un'importante costante, chiamata **numero di Avogadro**. Lo scienziato Avogadro che la introdusse dimostrò che il volume occupato da un gas a una data pressione e temperatura risulta direttamente proporzionale al numero di molecole e, quindi, di moli che esso contiene. In particolare, egli arrivò per via sperimentale al seguente risultato, noto come **legge di Avogadro**:

**Una mole di un qualsiasi gas perfetto che si trova in condizioni standard, vale a dire a una temperatura assoluta  $T_0$  di 273 K (0 °C) e alla pressione  $P_0$  di 1 atm, occupa un volume  $V_0$  di 22,4 L.**

Il volume  $V_0 = 22,4$  L è chiamato **volume molare standard**. Se il gas contiene  $n$  moli, in condizioni standard il suo volume sarà, evidentemente,  $V_0 = n \cdot 22,4$  L.

### L'equazione di stato dei gas perfetti

Supponiamo che, a seguito di una trasformazione, un gas perfetto passi da uno stato iniziale caratterizzato dai valori  $P_i$ ,  $V_i$ ,  $T_i$  delle variabili di stato a uno stato finale nel quale le variabili di stato assumono i valori  $P$ ,  $V$ ,  $T$ . Si dimostra sperimentalmente, allora, che i valori delle variabili corrispondenti ai due stati iniziale e finale soddisfano la relazione:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_i V_i}{T_i}$$

Tale equazione, che esprime il legame fra le tre variabili di stato pressione,  $P$ , volume,  $V$ , e temperatura assoluta,  $T$ , è una delle forme in cui può venire espressa l'**equazione di stato dei gas perfetti**.

Utilizzando la legge di Avogadro è, tuttavia, possibile esprimere tale equazione in una forma più semplice. Supponiamo, infatti, che nello stato iniziale il gas si trovi in condizioni standard, sia cioè  $P_0 = 1$  atm,  $T_0 = 273$  K e  $V_0 = n \cdot 22,4$  L, dove  $n$  indica il numero di moli di gas. Sotto questa ipotesi, l'equazione precedente assume la forma:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{1 \text{ atm} \cdot n \cdot 22,4 \text{ L}}{273 \text{ K}}$$

ovvero, portando la  $T$  al secondo membro:

$$PV = n \left( \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4 \text{ L}}{273 \text{ K}} \right) T$$

L'espressione che si trova tra parentesi è una costante fisica, che indicheremo con il simbolo  $R$ , chiamata **costante universale dei gas perfetti**; il suo valore è

$$R = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4 \text{ L}}{273 \text{ K}} = 0,0821 \text{ L} \cdot \text{atm} / \text{mol} \cdot \text{K}$$

Ricordando che  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  e che  $1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$ , il valore di  $R$  nel SI è:

$$R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

Osserviamo che il valore  $R$  è indipendente dal particolare gas perfetto considerato ed è una delle costanti universali della natura.

La forma che assume l'equazione di stato dei gas perfetti espressa in termini della costante  $R$  e del numero di moli  $n$  sarà pertanto:

$$PV = nRT$$

Questa legge fondamentale della natura è applicabile a qualsiasi gas con comportamento assimilabile a quello di un gas perfetto. Essa permette di ricavare una qualsiasi delle tre variabili di stato, note le altre due e il numero di moli del volume di gas. Come possiamo facilmente osservare, nell'equazione di stato sono "contenute" le tre leggi dei gas che abbiamo studiato nel precedente paragrafo:

$$PV = nRT \rightarrow \begin{cases} PV = \text{costante} & (\text{trasformazione isoterma, legge di Boyle}) \\ V = \text{costante} \cdot T & (\text{trasformazione isobara, I legge di Gay-Lussac}) \\ P = \text{costante} \cdot T & (\text{trasformazione isocora, II legge di Gay-Lussac}) \end{cases}$$

**Segui l'esempio**

- La pressione  $P$  e il volume  $V$  di 6 moli di gas perfetto sono rispettivamente 1 atm e 12 dm<sup>3</sup>. Calcoliamo la temperatura del gas.

– Risolvendo rispetto a  $T$  l'equazione di stato dei gas perfetti otteniamo:

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{(1 \text{ atm}) \cdot (12 \text{ dm}^3)}{(6 \text{ mol}) \cdot 0,0821 \text{ dm}^3 \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K}} = 24,36 \text{ K}$$

**Adesso prova tu**

I valori delle variabili di stato di un gas perfetto sono  $P = 2 \text{ atm}$ ,  $V = 6 \text{ dm}^3$  e  $T = 250 \text{ K}$ . Calcola:

- il numero di moli del gas;
- la temperatura del gas nello stato in cui  $P = 6 \text{ atm}$  e  $V = 16 \text{ dm}^3$ .

**Prima di continuare**

**Completa inserendo le parole mancanti.**

- Il numero di molecole di una mole di gas è .....
- Una mole di un qualsiasi gas perfetto che si trova in condizioni standard, cioè a temperatura di..... e alla pressione di....., occupa un volume di .....
- L'equazione di stato dei gas perfetti stabilisce il legame tra le variabili di stato di un gas perfetto ed è espressa dalla formula .....

**Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F).**

- L'equazione di stato dei gas perfetti stabilisce la relazione tra le variabili  $P$  e  $V$ . V F
- Mantenendo costanti la temperatura e il volume di un gas perfetto, al crescere del numero di moli la pressione di un gas aumenta. V F

- Due gas che contengono lo stesso numero di moli esercitano la stessa pressione. V F
- La costante universale dei gas perfetti ha un valore che dipende dal particolare tipo di gas perfetto considerato. V F

**Risolvi i seguenti quesiti e problemi.**

- Quante molecole contiene una quantità di gas corrispondente a 0,014 moli?
- Una mole di gas alla temperatura di 200 K occupa un volume di 4 L. Qual è il valore della pressione del gas?
- Un gas alla temperatura di 30 °C occupa un volume di 10 dm<sup>3</sup>. Mantenendo costante la pressione, a quale temperatura il gas occuperà il volume di 7 L?
- 10 L di un gas ideale esercitano la pressione di 1 atm alla temperatura di 25 °C. Quale sarà la pressione esercitata dal gas se si raddoppia il volume e si porta la temperatura a 50 °C?